

ЗАДАНИЯ

заключительного этапа Универсиады РУДН

по предметному направлению

«ИНФОРМАТИКА»

Продолжительность – 180 минут. Задание состоит из 10 задач на русском языке по следующим блокам тем: «Математика и компьютерные науки», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Прикладная информатика». Ответ на задание предполагает развернутое решение. Максимальное количество баллов за задачу - 10 баллов. В сумме участник может набрать 100 баллов по итогам заключительного этапа (финала).

Критерии оценивания заданий заключительного этапа

№	Критерии оценивания задач	Баллы
1	Выписаны формулы	0-3
3	Выполнены алгебраические преобразования	0-3
4	Выполнены арифметические вычисления	0-2
5	Получен ответ	0-2
Итого		10

На рабочем месте участника не должно быть никаких посторонних предметов, за исключением:

- Ручка (с чернилами черного или синего цвета);
- Вода в прозрачной емкости;
- Необходимые лекарства без упаковки;
- Оригинал документа, удостоверяющего личность.

Использование бумажных носителей, например, тетрадей/блокнотов и др. запрещено

Задача 1.

Дима составляет 4-буквенные слова из букв К, О, Д, Е, Р, У, С, В, причём никакие две гласные или две согласные не должны стоять рядом. Буквы в слове не должны повторяться. Сколько различных слов может составить Дима?

Задача 2.

Название. «О строго невырожденных матрицах».

Требуется построить матрицу A , удовлетворяющую условиям:

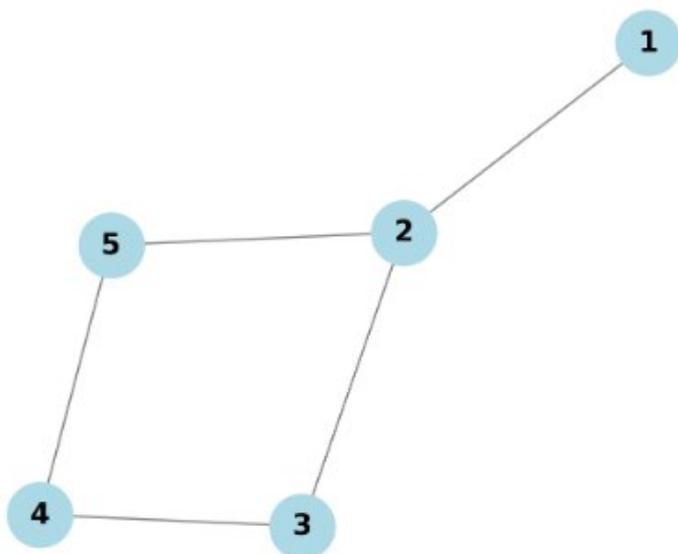
1. A -- матрица размера 2×2 , её элементы $A_{\mu\nu}$ — вещественные числа
2. $\det A = 1$
3. Существует матрица E с элементами $E_{\mu\nu}$ такими, что $|E_{\mu\nu}| < 1/1000$, и, одновременно, $\det(A+E) = 0$.

Привести явное вычисление определителя матрицы $A+E$.

В ответе указать: матрицы A и E .

Задача 3.

Дан граф: вершины 1,2,3,4,5 и рёбра (1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(2,5)



Постройте матрицу расстояний. Определите:

- диаметр графа;
- радиус графа;
- центральные вершины.

Задача 4.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только 4 буквы К, О, Т, А; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв К, О, А используются такие кодовые слова: К: 01, О: 1, А: 000.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Т, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Задача 5.

Палиндромные подстроки

Дана строка S длины n ($1 \leq n \leq 200000$) из строчных латинских букв. Подстрокой называется любая непрерывная часть этой строки. Требуется найти количество всех палиндромных подстрок (то есть таких подстрок, которые читаются одинаково слева направо и справа налево). Каждая отдельная буква считается палиндромом длины 1. Для эффективного решения рекомендуется использовать алгоритм Манакера, который за линейное время находит количество палиндромов во всех центрах.

Описание задачи:

- На вход подаётся одна строка S ($1 \leq |S| \leq 200000$).
- На выход нужно вывести одно целое число — количество палиндромных подстрок в S .

В качестве ответа необходимо написать код и указать, то получится при вводе данных
ababa

Задача 6.

Есть два игральных кубика:

- первый — обычный, с числами 1–6;
- второй — на его гранях записаны только числа 2, 4 и 6, причём каждое число встречается дважды.

Один случайно выбранный кубик бросают дважды. Известно, что в каком-то порядке выпали 2 и 6. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Задача 7

В задаче линейной регрессии вектор прогнозируемых значений находится как:

$$\hat{y} = Ax,$$

где A – неквадратная матрица признаков, x – вектор весов.

Вектор весов находится методом наименьших квадратов как:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T y,$$

где y – вектор целевого признака.

Покажите, что при замене матрицы A на произведение AP , где P произвольная обратимая матрица, вектор \hat{y} не изменится.

Задача №8

Даны следующие базы данных:

Таблица Laptop

<u>code</u>	<u>model</u>	<u>speed</u>	<u>ram</u>	<u>hd</u>	<u>price</u>	<u>screen</u>
1	1268	358	32	4	708.6	11
2	1321	798	64	8	978.0	12
3	1758	796	128	12	788.0	14
4	1295	698	64	10	1689.0	15
5	1727	756	128	10	1158.0	16
6	1298	450	64	10	950.0	12

Таблица PC

<u>code</u>	<u>model</u>	<u>speed</u>	<u>ram</u>	<u>hd</u>	<u>cd</u>	<u>price</u>
1	1222	588	64	5.0	124	680.0
2	1121	798	128	14.0	494	850.0
3	1233	508	64	5.0	424	889.0
4	1121	608	128	14.0	404	889.0
5	1121	696	128	8.0	604	880.0
6	1233	758	128	20.0	594	950.0
7	1232	588	64	8.0	324	880.0
8	1232	488	64	10.0	324	880.0
9	1233	456	32	18.0	244	390.0
10	1233	588	64	10.0	244	390.0
11	1233	988	128	18.0	424	388.0

Таблица Printer

<u>code</u>	<u>model</u>	<u>color</u>	<u>type</u>	<u>price</u>
1	1274	n	Laser	496.0
2	1435	V	JCF	278.0
3	1454	V	JCF	280.0
4	1461	N	Matrix	139.0
5	1488	n	Laser	279.0
6	1288	n	Laser	480.0

Таблица Maker

<u>maker</u>	<u>model</u>	<u>type</u>
A	1121	PC
B	1333	PC
C	1234	PC
D	1345	PC
E	1376	Printer
F	1385	Printer
G	1395	Laptop
H	1405	Laptop
I	1415	Printer
J	1425	Printer

Задание: Найти производителей, у которых средняя цена устройств выше средней цены по рынку для каждого типа устройства, которое они производят.
В качестве ответа написать запрос SQL и что он выведет

Задача №9

Сетевой шлюз для обработки пакетов (Система с ожиданием)

Сетевой шлюз маршрутизатора имеет два идентичных процессора (сервера) для обработки входящих сетевых пакетов. Пакеты поступают в шлюз с интенсивностью 120 пакетов в секунду (ед/сек). Время обработки одного пакета на каждом процессоре распределено экспоненциально, со средним значением 15 миллисекунд. Если оба процессора заняты, пакеты ставятся в неограниченную очередь.

Требуется:

1. Определить пространство состояний системы и построить граф интенсивностей переходов.
2. Построить матрицу интенсивностей переходов A .
3. Найти стационарное распределение числа пакетов в системе (P_n , где n — число пакетов в системе, включая обрабатываемые).
4. Найти вероятность того, что оба процессора заняты (т.е. пакету придется ждать).
5. Найти среднее число пакетов в очереди.
6. Найти среднее число пакетов в системе.
7. Найти среднее время ожидания пакета в очереди.
8. Найти среднее время пребывания пакета в системе (ожидание + обработка).
9. Определить коэффициент загрузки каждого процессора.

Задача №10

Автоматизированный пункт выдачи посылок

Описание задачи:

Рассмотрим работу автоматизированного пункта выдачи посылок, который оснащен двумя независимыми роботами-выдавальщиками (серверами). Перед пунктом выдачи есть специально выделенная зона ожидания, способная вместить максимум 3 дополнительных автомобиля. Если зона ожидания и оба робота заняты, прибывший автомобиль с посылкой немедленно уезжает, не дождавшись обслуживания.

Интенсивность потока автомобилей, желающих получить посылку, составляет 0,8 ед/мин. Среднее время, необходимое роботу для выдачи посылки одному автомобилю, составляет 2 минуты.

Требуется:

1. Определить пространство состояний системы и построить граф интенсивностей переходов между состояниями.
2. Построить матрицу интенсивностей переходов A .
3. Найти стационарное распределение числа автомобилей в системе (вероятности P_n для каждого состояния n).
4. Найти вероятность отказа в обслуживании (вероятность того, что автомобиль уедет, не дождавшись).
5. Найти вероятность того, что прибывший автомобиль будет обслужен.
6. Определить среднюю интенсивность обслуженных автомобилей (пропускную способность системы).
7. Найти среднее число автомобилей, находящихся в системе (как в очереди, так и обслуживаемых).
8. Найти среднее число автомобилей, ожидающих в очереди.
9. Найти среднее время ожидания автомобиля в очереди.
10. Найти среднее время пребывания автомобиля в системе (ожидание + обслуживание).